

Goldbachin oletus on kiehtonut matematiikan ystäviä jo 1700-luvulta lähtien. Vaikka väitteen pitävyyttä ei ole vielä kyetty tieteellisesti osoittamaan, konjektuuri näyttää pitävän paikkaansa.

Leikkiä alkuluvuilla

KARI UTOSLAHTI

OULU Niin sanottu Goldbachin konjektuuri on kivikova pähkinä purtavaksi matematiikassa. Kyseessä on 1700-luvun puolivälissä Christian Goldbachin esittämä oletus, jonka mukaan jokainen luku 2 suurempi parillinen kokonaisluku voidaan kirjoittaa kahden alkuluvun summana.

”Se on monimutkainen ongelma, johon ei ole vielä saatu täyttä selvyyttä”, luonnehtii Oulun yliopiston matemaattisten tieteiden laitoksen vs. assistentti **Matti Sinisalo**.

Alku- eli jaottomat luvut ovat lukuja, jotka voidaan jakaa vain itsellään tai ykkösellä. Ykköstä ei lueta jaottomaksi luvuksi. Ensimmäiset alkuluvut ovat näin ollen 2, 3, 5, 7 ja 11.

Kaikki voivat testata pienillä luvuilla väitteen paikkaansapitävyyden. Pätee esimerkiksi, että $2+2=4$, $3+3=6$, $5+3=8$, $5+5=10$ ja $5+7=12$.

Sinisalo sanoo, että Goldbachin konjektuuri on yksi additiivisen lukuteorian keskeisimmistä tutkimuskohteista. Additiivisen lukuteorian huomio on yhteenlaskuongelmissa.

Sinisalo on vienyt näitä laskuja aimo harppauksen eteenpäin tietokonetta apuna käyttäen. Kun hän kävi Goldbachin oletuksen kimppeen vuonna 1991, oletus oli tarkastettu siihen mennessä lukuun 20 miljardia asti. Sinisalo pani paremmaksi ja todisti tietokoneen avulla Goldbachin olleen oikeassa ainakin 400 miljardiin saakka.

Eratostheneen seula menetelmänä

Sinisalon työ perustui tehokkaaseen Eratostheneen seulamenetelmän, FORTRAN-ohjelmointikielen bittiopeeraatioiden ja vektoriprosessorin käyttöön. Hän käytti noin 130 tuntia keskusyksikköaikaa 400 miljardin rajapyykin saavuttamiseen.

”Ryhdyin työhön, koska mielestäni aiemmat tulokset olivat aika vaatimattomia nykyisten tietokoneiden kapasiteettiin nähden. Uskoin, että pystyn ylittämään ne reilusti – kuten kävikin.”

”Taustalla oli muun muassa se, että alan tieteellisten julkaisujen julkaisukynnykset ylittyvät tämänäyppisissä probleemeissa vasta, kun aiempia tuloksia pystyy parantamaan ainakin 10- tai 20-kertaisesti. Pieni parannus ei tavallisesti riitä.”

Sinisalon tulos julkaistiinkin arvovaltaisessa *Mathematics of Computation*-lehdessä vuonna 1993.

Raja siirtynyt jo 10 000 miljardiin

Nyttemmin tutkijat toisaalla ovat 25-kertaistaneet tämän Oulussa saavutetun tuloksen – eli se on tällä hetkellä 10 000 miljardia.

”Tehtyjen tietokoneajojen perusteella Goldbachin oletus vaikuttaa hyvin luotettavalta. Lopullinen matemaattinen todiste kuitenkin puuttuu. Oli raja mikä hyvänsä, heti seuraava luku voi olla sellainen, joka kumoaa oletuksen. Tarvittaisiin kokonaan uusi, nerokas idea, jolla lopullinen varmuus saataisiin. Periaatteessa se on mahdollista. Se olisi erittäin merkittävä saavutus matematiikan maailmassa.”

Sinisalo itse ei vaivaa liiemmästi päättään tämän kysymyksen ratkaisemiseksi. ”Minulla ei siihen aika riitä. Jo tämän asian teoreettiseen puoleen sisällepääsy vaatisi vuosien työn. Minulla on kuitenkin sellainen käsitys, että esimerkiksi Kiinassa tätä asiaa tutkitaan aktiivisesti. Katson omalta osaltani, että tämä 400 miljardia on riittävän kova tulos.”

Tuleeko joskus vastaan sellainen raja, jota ei kannata enää yrittää ylittää? ”Rajaa voi venyttää loputtomiin. Voi tietysti miettiä, onko siinä mieltä. Ainahan uusi raja antaa jonkin verran lisäpanostusta itse teoreettiselle tutkimukselle”, hän pohtii.

Collatzin ongelmakin kaipaa ratkaisijaansa

Matematiikassa on muitakin visaisia ongelmia, jotka kutkuttavat alan ammattilaisten ja maallikoidenkin älynystyröitä. Sinisalo mainitsee esimerkkinä niin kutsutun Collatzin ongelman.

”Otetaan jokin positiivinen kokonaisluku, esimerkiksi 27. Jos kokonaisluku on parillinen, se jaetaan kahdella. Jos se on pariton, se kerrotaan kolmella ja lisätään ykkönen. Kun näin mennään eteenpäin, saadaan aikaan positiivisten kokonaislukujen jono. Collatzin probleemassa väitetään, että tällä tavoin muodostetussa lukujonossa tulee aina lopulta luku 1.”

Asiaa voi kokeilla itse kukin helposti taskulaskimella. ”Mielenkiintoista on se, että tämäkin väite on matemaattisesti todistamatta.”



Haastetta kerrakseen. Oululaistutkija Matti Sinisalo laski tietokoneen avulla, että niin sanottu Goldbachin otaksuma pitää paikkaansa ainaikin 400 miljardiin asti. Nykyisin raja huitelee jo kymmenessä tuhannessa miljardissa.